Université de Versailles – Saint-Quentin-en-Yvelines
Université Paris Saclay

le _ _ / _ _ / 2023
Groupe de TD __

Master 1 Informatique 2023–2024
Compléments de maths
Interro. 4

NOM : ____________________	Prénom : __________________	Num. Étu. : 2							

G1 et G2

Question 1 :

Avec combien de chiffres (en base 10) s'écrit le nombre $(10^n+1)(10^n-1)$?

Réponse 1 :

Soit $N=(10^n+1)(10^n-1)$, on a $N=(10^n)^2-1^2=10^{2n}-1$. En base 10, 10^{2n} s'écrit avec un "1" suivi de $2n$ "0". Ainsi, $10^{2n}-1$ n'aura que des "9" dans son écriture en base 10 et il y en aura $2n$.

Donc $\boxed{(10^n+1)(10^n-1) \text{ s'écrit avec } 2n \text{ chiffres en base 10.}}$

Question 2 :

Les 101 dalmatiens partent en voyage, mais le bus qui les emmène ne peut contenir que 98 chiens. Il y en aura 3 qui suivront dans une voiture. De combien de manières différentes peut-on répartir les 101 dalmatiens entre le bus et la voiture ? Calculatrice interdite.

Réponse 2 :

Le nombre de différentes manières (noté D) de répartir les 101 dalmatiens consistent à compter les différentes manières de choisir 3 dalmatiens parmi les 101 pour aller dans la voiture. Soit :

$$D=\binom{101}{3}=\frac{101!}{3!\times 98!}=\frac{101\times 100\times 99}{3!}$$

D'après la question 1, $101\times 99=(100+1)\times(100-1)=10^4-1=9\,999$.

Donc :

$$D=\frac{100\times 9\,999}{2\times 3}=\frac{100}{2}\times\frac{9\,999}{3}=50\times 3\,333=166\,650$$

$\boxed{\text{Il y a } 166\,650 \text{ manière de répartir les 101 dalmatiens entre la bus et la voiture.}}$

G3

Question 1 :

Combien y a-t-il de chiffres 9 dans l'écriture en base 10 du nombre $(10^n+1)(10^n-1)$?

Réponse 1 :

Soit $N = (10^n + 1)(10^n - 1)$, on a $N = (10^n)^2 - 1^2 = 10^{2n} - 1$. En base 10, 10^{2n} s'écrit avec un "1" suivi de $2n$ "0". Ainsi, $10^{2n} - 1$ n'aura que des "9" dans son écriture en base 10 et il y en aura $2n$.

$\boxed{\text{Donc } (10^n + 1)(10^n - 1) \text{ contient } 2n \text{ fois le chiffre "9" dans son écriture en base 10.}}$

Question 2 :

Shéhérazadea décide de raconter chaque soir 3 contes parmi les 1001 contes qu'elle connaît. Combien de soirées différentes peut-elle faire. Deux soirées sont différentes si elles diffèrent d'au moins un conte. Calculatrice interdite.

Réponse 2 :

Le nombre de soirées (noté S) est égal aux différentes manières de choisir 3 contes parmi les 1001 contes. Soit :

$$D = \binom{1\,001}{3} = \frac{1\,001!}{3! \times 998!} = \frac{1\,001 \times 1\,000 \times 999}{3!}$$

D'après la question 1, $1\,001 \times 999 = (1\,000 + 1) \times (1\,000 - 1) = 10^6 - 1 = 999\,999$.
Donc :

$$A = \frac{1\,000 \times 999\,999}{2 \times 3} = \frac{1\,000}{2} \times \frac{999\,999}{3} = 500 \times 333\,333 = 166\,666\,500$$