

Master 1 Mathématiques 2023–2024
Théorie de l'Information

NOM : _____	Prénom : _____	Num. Ét. : <input type="text" value="2"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
-------------	----------------	--

Questions :

1. Rappeler la formule du taux d'erreur résiduel d'un algorithme de décodage ϕ d'un code \mathcal{C} .
On considère le code $\mathcal{C}_1 = \{000, 111\} \subset \mathbb{F}_2^3$ ainsi que l'algorithme de décodage

$$\phi : \mathbb{F}_2^3 \rightarrow \mathcal{C}_1$$
$$y \mapsto \begin{cases} 000 & \text{si } w_h(y) \leq 1 \\ 111 & \text{sinon} \end{cases}$$

où w_h désigne le poids de hamming. On modélise le canal par le canal binaire symétrique de probabilité d'erreur p .

2. Montrer que le taux d'erreur résiduel de ϕ vaut $p^2(3 - 2p)$.

Soit la matrice M à coefficients dans \mathbb{F}_2 suivante

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Soit $\mathcal{C}_2 = \{x \cdot M, x \in \mathbb{F}_2^4\}$.

3. Donner la dimension de \mathcal{C}_2 .
4. Le code \mathcal{C}_2 est-il systématique ?
5. Donner une matrice de parité de \mathcal{C}_2 .
6. En déduire, en utilisant la matrice de parité et un lemme du cours, la distance minimale du code.

Réponses :