

Master 1 Mathématiques 2024–2025
Théorie de l'Information

NOM : _____	Prénom : _____	Num. Étu. : 2 _____
-------------	----------------	---------------------

Questions :

On considère ici le canal binaire symétrique de probabilité d'erreur p .

1. Donner les alphabets d'entrée et de sortie ainsi que la matrice de transition du canal.
2. Donner la définition d'un code en bloc d'un canal discret sur ces alphabets puis donner une définition équivalente.
3. Donner la définition du taux de redondance pour un code en bloc sur ces alphabets.
4. Donner la définition d'un algorithme de décodage d'un code en bloc sur ces alphabets.
5. Donner la définition du taux d'erreur résiduel d'un code en bloc sur ces alphabets.

On considère le code $\mathcal{C}_1 = \{000, 111\} \subset \mathbb{F}_2^3$ ainsi que l'algorithme de décodage

$$\begin{array}{rccc} \phi & : & \mathbb{F}_2^3 & \rightarrow & \mathcal{C}_1 \\ & & y & \mapsto & \begin{cases} 000 & \text{si } w_h(y) \leq 1 \\ 111 & \text{sinon} \end{cases} \end{array}$$

où w_h désigne le poids de hamming.

6. Donner le taux de redondance du code \mathcal{C}_1 .
7. Montrer que le taux d'erreur résiduel de ϕ vaut $p^2(3 - 2p)$.
8. Soit k un entier et soit n un multiple de k . Donner un code linéaire de dimension k et de distance minimale n/k .
9. On considère un code linéaire systématique $\mathcal{C}[q; n, k, d]$ dont une matrice génératrice est

$$(I_k | A)$$

où A est une matrice à k lignes et $n - k$ colonnes. Montrer alors que

$$(I_{n-k} | -A^T)$$

est une matrice de parité du code \mathcal{C} .

Réponses :