

Master 1 Mathématiques 2023–2024
Théorie de l'Information

NOM : _____	Prénom : _____	Num. Ét. : <input type="text" value="2"/> <input type="text"/>
-------------	----------------	--

Questions :

1. Soient X et Y deux v.a. Donner la définition mathématique de l'information mutuelle moyenne, de l'entropie de X sachant Y et de l'entropie de X , puis donner et montrer la relation entre ces trois quantités.
2. Soient X, Y, Z trois v.a. dans $\{0, 1\}$ avec

$$p_{XYZ}(0, 0, 0) = \frac{1}{4} = p_{XYZ}(1, 0, 0) = p_{XYZ}(0, 1, 0) = p_{XYZ}(1, 0, 1)$$

Calculez $H(X)$, $H(Y|X)$, $H(Z|X, Y)$. En déduire $H(X, Y, Z)$. Calculez $H(Y)$. Combien d'information apporte X sur Y et réciproquement ?

3. Une pièce est lancée jusqu'à l'occurrence d'une face où la probabilité d'avoir face est p . On considère X la v.a du nombre de lancements. Déterminez $H(X)$. On considère maintenant Y la v.a. correspondant au nombre de lancers jusqu'à avoir 2 faces. Justifiez précisément pourquoi $H(Y) < 2H(X)$.